Exercice 2

1-Soit g la fonction définie par: $g(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$ pour tout x dans IR^*_+

a)Etude des variations de g.

g est dérivable sur IR^*_+ et $g'(x) = 2x + \frac{1}{x} > 0$ donc g est strictement croissante sur IR^*_+

b) Calculer g(1).En déduire le signe de g(x) sur son domaine.

g(1) = 0 ; g est strictement croissante sur IR^*_+ donc :

$g(x) < 0$,pour tout $x \in]0 ; 1[$ et $g(x) > 0$ pour tout $x \in]1 ; +\infty[$

2- Soit $f(x) = 2 - x + \frac{\ln(x)}{x}$ et (C) sa courbe dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

a) Montrer que $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$ pour tout x dans IR^*_+.

f est continue et dérivable sur IR^*_+(somme de deux fonctions dérivables).et pour tout x > 0,

$$f'(x) = -1 + \frac{x.\frac{1}{x} - \ln x}{x^2} = \frac{-x^2 + 1 - \ln x}{x^2} = -\frac{g(x)}{x^2}$$

b)

x	0		1		$+\infty$
f '(x)		+	0	-	
f(x)	$-\infty$	↗	1	↘	$+\infty$

3- Montrer que l'équation f(x) = 0 admet deux solutions a et b et que:

$0 < a < 1$ et $2 < b < 2,5$.

f est continue dérivable sur IR^*_+.Le signe de f '(x) dépend du signe de g(x) .

Or on a : $g(x) < 0$,pour tout $x \in]0 ; 1[$ et $g(x) > 0$ pour tout $x \in]1 ; +\infty[$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn